ベイズ変数選択の計算的解決

PDMP による非絶対連続分布からのサンプリング

司馬博文　総合研究大学院大学　5年一貫博士課程3年

モンテカルロ法に使う確率過程の進化

MCMC → **PDMP**

拡散過程

$$dX_t = a(X_t)\,dt + b(X_t)\,dB_t$$

→ ジャンプ過程へ

区分確定的マルコフ過程

$$dX_t = a(X_t)\,dt + \int_{u\in\mathbb{R}^d} c(X_{t-},u)\eta(dtdu)$$

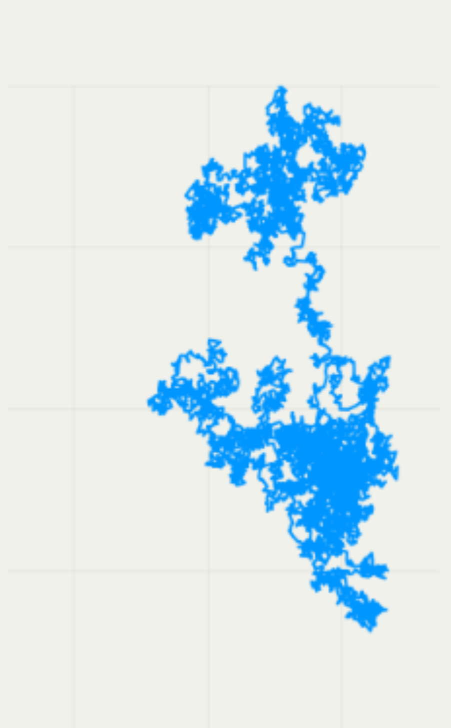
MCMC の枠組み

① 離散化
Euler-丸山など

② 棄却法
Metropolis-Hastings など

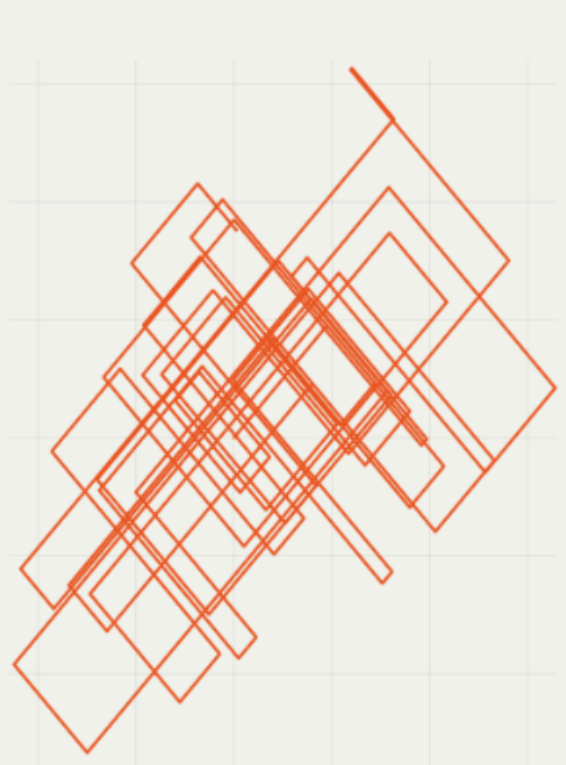
→ 元は連続時間だが, **離散時間**に帰着してしまう.

Langevin Diffusion



→ アルゴリズムも変わる

Zig-Zag Sampler



PDMP の枠組み

① 棄却法
Poisson 剪定など

② 離散化(必要に応じて)
ほとんどの場合すごく簡単

→ 本質的には連続時間のまま
→ **連続時間 MCMC** とも呼ばれる

ベイズ変数選択の問題

回帰問題

$$\mathrm{E}[Y|X=x] = \beta x + \epsilon$$

設定

$\{(x_i,y_i)\}_{i=1}^n$ データ

$\epsilon \sim \mathrm{N}(\mu,\sigma^2)$ 誤差分布

課題

β がモデルに入るか？
入るならその事後分布は？

Continuous Spike-and-slab prior

(George and McCulloch, 1993)

$$\pi_c(\beta) = \Big(\underbrace{\omega\pi(\beta)}_{\text{slab}} + (1-\omega)\underbrace{\frac{1}{\epsilon}\pi\left(\frac{\beta}{\epsilon}\right)}_{\text{spike}}\Big)$$

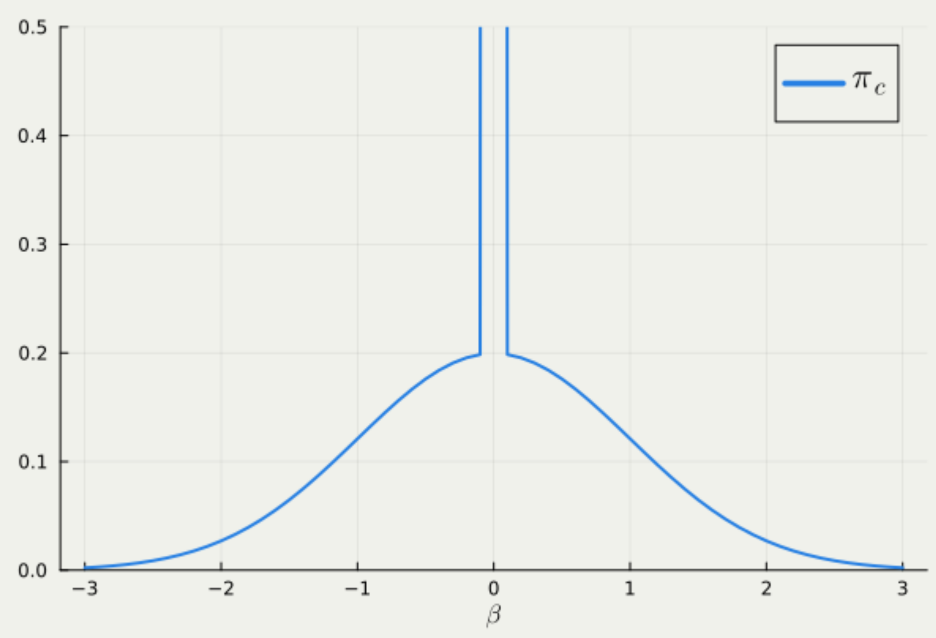
(絶対)連続緩和 ←

Spike-and-slab prior

(Mitchell & Beauchamp, 1988)

$$\pi_d(d\beta) = \Big(\omega\pi(\beta)\,d\beta + (1-\omega)\underline{\delta_0(d\beta)}\Big)$$

非絶対連続
＝密度がない



従来の MCMC 法

漸近的に
spike を逃す

ω : β がモデルに入る事前確率

π : モデルに入った場合の事前分布

Zig-Zag Sampler

(Bierkens, Fearnhead & Roberts, 2019)

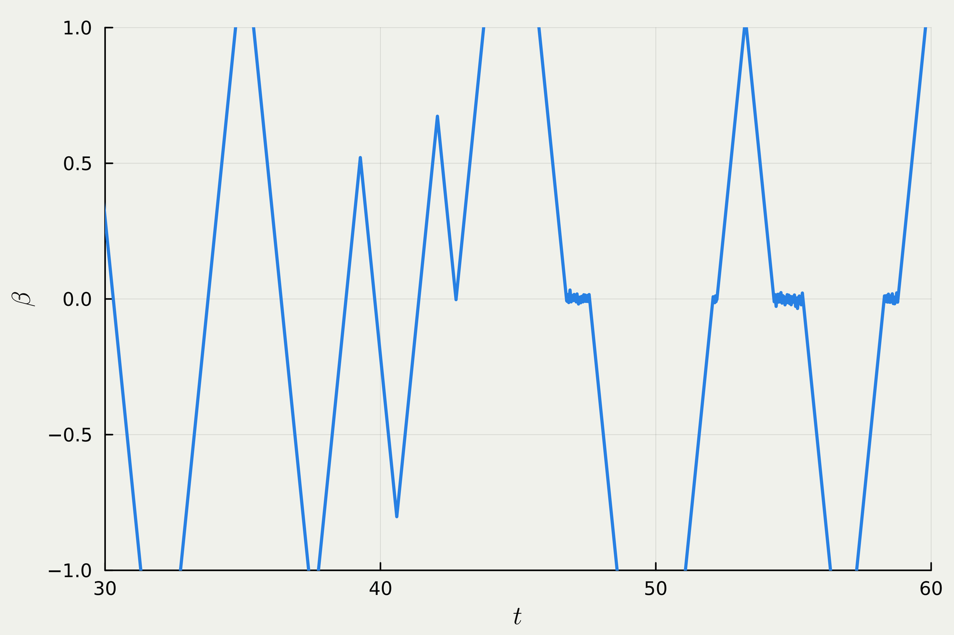
計算量 $O_p(\epsilon)$ 削減 →

Sticky Zig-Zag Sampler

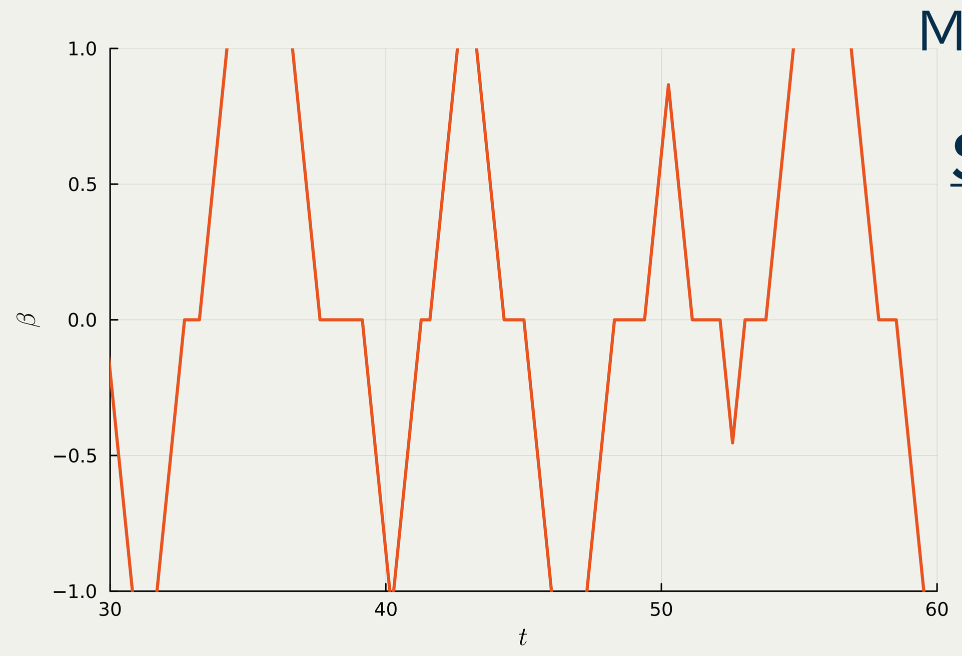
(Bierkens, Grazzi, & van der Meulen & Schauer, 2023)

勾配情報の緩やかな利用

Multiscale に強い
× 長い時間相関
大規模データに強い



$\epsilon \to 0$ →



Sticking

原点を通るたびに吸着
$\mathrm{Exp}\left(\frac{\omega}{1-\omega}\pi(0)\right)$ 経過後
動き出す